

auch Dero pièce de aestu
Laurin's und meiner de
Schliesslich bitte Ew. mir
t zu continuiren und meine
t übel zu nehmen. Der
d meine Geschäfte erlauben
iel zu gedenken; bitte aber
nit Dero gelebrten Briefen

LETTRE XXXV.

SOMMAIRE. Théorème relatif à la résolution des équations à plusieurs inconnues par approximation. Suite des considérations sur le principe de l'attraction universelle. Vibrations des lames élastiques libres. Courbes à rebroussement. Problème du mouvement des trois corps. Heinsius sur la comète. Divers sujets.

Basel d. 29. August 1744.

Eine kleine Lustreise und die vielen Rectoratsgeschäfte, welche dadurch sind aufgehäuft worden, haben mich verhindert, Ew. eher zu antworten auf Dero wertheste Schreiben vom 4. und 21. Juli.

..... Wegen der Approximationen ad radices pro aequationibus pluribus incognitis inter se permixtis, hab ich durch zwey unterschiedene methodos (so ganz different schienen) folgendes theorema gefunden: Sint duae, verbi gratia, incognitae x et y , quae determinari debeant hisce duabus aequationibus qualibuscunque $\xi = 0$ et $Y = 0$, allwo ξ et Y quantitates utcunque compositae sint ex cognitis et incognitis x et y permixtis. Sit proxime $x = \alpha$ et $y = \beta$. Um nun

die radices viel propius zu finden, differentiire ich die aequationes, tractando incognitas ut variables; nachgehends substituire ich in aequationibus differentiatis α et β für x und y , so wird man finden $d\xi = m dx + n dy$ und $dY = p dx + q dy$. His ita praeparatis, dico fore quam proxime

$$x = \alpha + \frac{nY - q\xi}{mq - np} \text{ et } y = \beta + \frac{p\xi - mY}{mq - np},$$

intelligendo per ξ et Y quantitates, quae prodeunt ponendo $x = \alpha$ et $y = \beta$. Will man diese Operation repetiren, so findet man die valores x et y noch weit accurater, und ist zu observiren, dass es nicht sonderlich nöthig sey, die quantitates m, n, p et q auf ein Neues zu determiniren. Solche quantitates sind arbitrariae, wenn man nur will solche constanter eadem nennen, quoties operatio repetitur. Wenn sie aber eo quo dixi modo determinirt werden, appropinquit man viel geschwinder, als sonst. Sit exempli gr. $xx - yy - 11 = 0$ et $2yy - xy - 20 = 0$, allwo die verae radices sind $x = 6$ et $y = 5$. Ponatur autem $x = 5,9$ et $y = 4,9$, so bekommt man $m = 11,8$, $n = -9,8$, $p = -4,9$ et $q = 13,7$; deinde $\xi = -0,19$ et $Y = -0,89$ und wird also $x = 5,9 + \frac{11325}{113640} = 5,9997$ und $y = 4,9 + \frac{11453}{113640} = 5,0006$. Wenn man nachgehends diese Operation noch einmal wollte machen, würde man die radices überaus nahe finden, wenn man schon die valores adhibitos pro m, n, p et q , um die Mühe zu sparen, nicht ändern wollte. Wenn die aequationes viel radices reales haben, kann man alle proxime finden, wenn man sie nur ungefähr weiss, und eben solche formulas kann ich geben, wenn drey, vier, oder mehr incognitae mit einander vermischt sind. Vielleicht hätten Ew. dergleichen theoremata nützlich anwenden können bei Ihrem calculo cometarum; ich zweifle aber nicht, Sie werden si-

, differentiire ich die aequa-
 variables; nachgehends sub-
 differentiatis α et β für x und y ,
 $n dy$ und $dY = p dx + q dy$.
 am proxime

$$= \beta + \frac{p\xi - mY}{mq - np},$$

tes, quae prodeunt ponendo
 se Operation repetiren, so
 och weit accurater, und ist
 lerblich nöthig sey, die quan-
 es zu determiniren. Solche
 n man nur will solche con-
 operatio repetitur. Wenn
 rminirt werden, appropin-
 s sonsten. Sit exempli gr.
 $-20 = 0$, allwo die verae
 Ponatur autem $x = 5,9$ et
 $1,8$, $n = -9,8$, $p = -4,9$
 et $Y = -0,89$ und wird also
 $y = 4,9 + \frac{11453}{111840} = 5,9006$.
 Operation noch einmal wollte
 überaus nahe finden, wenn
 pro m, n, p et q , um die
 wollte. Wenn die aequa-
 , kann man alle proxime
 fähr weiss, und eben solche
 drey, vier, oder mehr in-
 sind. Vielleicht hätten Ew.
 anwenden können bei Ihrem
 aber nicht, Sie werden si-

miles methodos dazu gebraucht haben. Es freuet mich sehr,
 dass Ew. mein neues argumentum pro attractione Newtoniana
 für wichtig befinden. Ich hab es zwar in mir selber auch
 für wichtig gehalten; doch aber hätte ich, vor Dero Appro-
 bation, mich gescheut, es einem Menschen zu sagen. Nun-
 mehr aber wollte ich kein Bedenken tragen meine Meinung
 allen Leuten zu sagen, und wollte ich mich gern lassen im
 Fall der Noth von der ganzen Welt auslachen, wenn ich
 nur Dero einzige Approbation habe. Es dünkt mich, man
 sollte viele Sachen herleiten immediate a constante voluntate
 Dei, quam sine sufficiente ratione mutare nequit. Wenn
 sich der Mensch nicht sehr familiarisirt hätte mit der inertia,
 würde ihm solche eben so fremd vorkommen als die attractio.
 Ew. werden gestehen, dass die quantitas absoluta inertiae
 solo arbitrio Dei sey determinirt worden, und dass sine
 contradictione Gott hätte machen können, dass eadem quan-
 titas materiae, eodem tempore et eadem pressione einen
 grössern oder kleinern motum bekommen hätte. Es ist also
 die inertia nichts, quod inseparabiliter ipsi materiae inhaereat;
 bleibt also die inertia constanter eadem, so muss solches
 sola voluntate constante Dei geschehen. Ich sehe nicht, warum
 man constantem voluntatem Dei als eine perpetuam crea-
 tionem, und diese als ein absurdum ansehen solle; ich sehe
 vielmehr die mutationem voluntatis als eine novam quae-
 sitionem an. Wenn nun die inertia a voluntate Dei zu de-
 duciren ist, warum nicht auch attractio mutua corporum,
 und warum wollte man alles a materia et motu deduciren
 und gleichsam Gottes Hülfe aufsagen? Vielleicht ist in rerum
 natura keine inertia, keine attractio und überhaupt keine
 pressio, sondern Etwas, was wir uns angewöhnt haben zu
 consideriren als pressionem divisam per inertiam, indem

etwas seyn kann und dieses glaub ich, dass existire in materia universa mutuo respectu. Dessen ungeachtet aber könnten wir bei unsern chimärischen Ideen pressionis et inertiae bleiben sine errore, weil wir niemals eine oder die andere consideriren, sondern nur derselben mutuam relationem; und wenn wir die inertiam materiae auf die gewöhnliche Weise betrachten, so könnten vielleicht viele phaenomena generalia daraus deducirt werden, wenn man sagte: Gott habe eben nicht omni materiae eandem inertiam imprimirt. Es ist zwar wahr, dass ich ehedessen von der attractione Newtoniana ganz andere Ideen gehabt; ich hätte mir aber niemals in Sinn kommen lassen, dass meine damaligen Gründe Sie hätten können auf einen andern Weg leiten: Ich bin vielmehr parat, sonderlich bei diesem meinem reiffern Alter, in Allem, was Sie werden recht untersucht haben, mich Ihrer Meinung zu conformiren. Auf das Wenigste kann ich Sie aufrichtig versichern, dass ich niemals Etwas für gewiss halten werde, ich hätte denn Ew. Uebereinstimmung dabei. Deswegen es mir auch so lieb gewesen, von Denselben zu vernehmen, dass Sie die duplicem classem vibrationum in laminis clasticis liberis accordiren. Ich suchte vorher allzeit einen paralogismum in meinem ratiocinio, und konnte doch keinen finden. Ich nehme gleichfalls als eine allzugrosse Höflichkeit auf, wenn Ew. sagen, Sie wollten 10 auf 1 setzen, dass ich das nächste Pariser praemium bekommen werde; es wäre denn, dass Sie damit anzeigen wollten, als wenn eine Partheylichkeit mit unterlaufe. Es kann seyn, dass einige von den Richtern wohl für mich portirt sind; doch aber kann ich sagen, dass ich alle ersinnliche Präcautionen nehme, um mich zu verbergen. Dem sey aber wie ihm wolle, wenn Sie mir anstatt $\frac{10}{11}$ nur wollen $\frac{1}{2}$ geben,

ture in materia
aber könnten
is et inertiae
der die andere
m relationem;
e gewöhnliche
e phaenomena
n sagte: Gott
am imprimirt.
der attractione
e mir aber nie-
maligen Gründe
eiten: Ich bin
reiffern Alter,
haben, mich
igste kann ich
was für gewiss
immung dabei.
Denselben zu
vibrationum in
e vorher allzeit
d konnte doch
eine allzugrosse
lten 10 auf 1
um bekommen
zeigen wollten,
Es kann seyn,
h portirt sind;
ersinnliche Prä-
Dem sey aber
wollen $\frac{1}{2}$ geben,

so will ich Ihnen meine Hoffnung cedirt haben, obschon ich eine grosse und nach meinen Kräften elaborirte Dissertation darüber verfertigt habe. . . . Ich hätte niemals gezweifelt, dass es curvas gebe, die ein point de rebroussement haben, und deren rami versus utramque partem concavi sind, und dass in cuspide der radius osculi finitus sey. Es scheint zwar, dass die lex continuitatis hier unterbrochen und ein saltus geschähe; ich kann aber dieses paradoxum gar wohl expliciren. Die simplicitas curvae, welche einen solchen cuspidem hat, ist sehr merkwürdig. — Ich sehe nunmehr erst recht ein die Tiefsinnigkeit und Wichtigkeit von Dero Solution de motu trium corporum filo connexorum. Ich hab aber eine solutionem directam niemals gemacht und keinen einzigen Augenblick daran gewendet; wohl aber hab ich vermeint, man könnte etwa tres motus simplices finden, ex quibus motus absolutus componatur, ad modum duorum corporum filo connexorum, und wenn ich solche tres motus indirecte gefunden hätte, war meine Intention erst, eine solche solutionem directam mit allem Ernst zu suchen, um zu sehen, ob beide Solutionen einander confirmiren würden. Aber, wie gemeldet, eine solutionem indirectam, welche in mechanicis ein neu Licht würde gegeben haben, hab ich nicht finden können, und eine directam nicht gesucht. Ich vermeinte ab inductione ab aliquibus exemplis, der motus absolutus könnte bestehen ex motu uniformi in directum, ex motu uniformi circulari et ex motu quodam titubatorio oder oscillatorio; ich sehe aber, dass diese zwey letztern motus nicht independentes unus ab altero seyen. — Des Hrn. Heinsii Tractat von dem Cometen möchte ich gern sehen. Die observationes de cauda multiplici cometæ et de cauda incurvata sind von Allen gemacht worden. Viel-

mehr aber soll die cauda sub duabus directionibus einen Winkel gemacht haben und nicht incurvata gewesen seyn. Der Herr Cheseaux hat mir auch unterschiedene Observationen communicirt; wenn ich sie Ihnen einmal bei Gelegenheit schicken kann, will ich solches thun. Mein Vater hat mir beiliegende Schrift als eine Antwort auf Ew. letztes Schreiben übergeben. Ich hab mich nicht enthalten können inter legendum, da ich sein problema ex tempore solvire, die notatiunculam beizufügen. Wenn ihm Ew. je antworten, belieben Sie nur den Brief ihm immediate zu adressiren, weil ich gern aller Gelegenheit vorkomme von mathematicis zu reden. . . . Ich fürchte, in Berlin werden die Wissenschaften sich schwerlich empor schwingen. Wenn Sie nicht meinen, dass meine letztens überschickte pièce könne gedruckt werden, bitte solche auf Petersburg zu schicken. Wenn aber die Miscell. Berol. sollten continuirt werden und man meine pièce gern darin inserirt, bin ich dessen ganz wohl zufrieden und hab Materie genug um pièces von diesem calibre zu verfertigen, wenn ich nur nicht so ungerschriebe. Ich weiss nicht, ob Sie observirt, dass in dem einen von mir überschriebenen casu de motu trium corporum aequalium, die corpora extrema eine ellipsin beschreiben, cujus centrum uniformiter movetur in linea recta, wiewohl solches gar leicht zu sehen. Es hat neulich ein Herr Waltz in Dresden, der sich conseiller des commissions, comme aussi mathématicien et géographe de S. M. Polonaise nennt, meinem Vater geschrieben und begehrt von demselben meines Veters methodum directam die summam seriei $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \text{etc.}$ zu finden, und thut hinzu: „comme dans la conjoncture présente le 9^{ème} tome des Comment. de Pétersbourg, auquel on m'a dit qu'on inséreroit cette méthode

uabus directionibus einen
 incurvata gewesen seyn.
 unterschiedene Observa-
 Ihnen einmal bei Gelegen-
 es thun. Mein Vater hat
 Antwort auf Ew. letztes
 ch nicht enthalten können
 lema ex tempore solvirt,
 enn ihm Ew. je antwor-
 n immediate zu adressiren,
 komme von mathematicis
 Berlin werden die Wissen-
 wingen. Wenn Sie nicht
 schickte pièce könne ge-
 Petersburg zu schicken.
 en continuirt werden und
 irt, bin ich dessen ganz
 enug um pièces von die-
 ich nur nicht so ungern
 observirt, dass in dem
 su de motu trium cor-
 xtrema eine ellipsin be-
 er movetur in linea recta,
 en. Es hat neulich ein
 onseiller des commissions,
 raphe de S. M. Polonaise
 und begehrt von dem-
 ectam die summam seriei
 ut hinzu: „comme dans
 e des Comment. de Pé-
 insérerait cette méthode

directe, tardera sans doute fort à paraître, ou qu'il ne paraîtra
 peut-être jamais, je serois charmé de voir cette méthode,
 ayant toujours eu quelque doute contre l'autre qui va par
 la résolution d'une équation infinie.“ Wenn Ew. mit diesem
 Hrn. Waltz in Correspondenz wären, könnten Sie ihm die
 verlangte Methode überschreiben und ihm meines Vaters
 Compliment machen, da mein Vater nicht mehr im Stand
 ist, neue Correspondenz aufzufangen. . . . Wenn der Comet
 nicht näher kommen ist zu dem Mercurio, als Ew. sagen,
 so kann er keine sensible Veränderung in demselben ver-
 ursacht haben; wenn er auch 100 mal näher kommen wäre,
 würde man, meiner Meinung nach, astronomice keine Ver-
 änderung im Mercurio gefunden haben. — Ich hatte nicht
 gewusst, dass man circa Venerem einen Satelliten entdeckt
 habe. Ich möchte wohl hierüber einige particularia ver-
 nehmen. — Die meisten HH. Academici sollen aus Peru wie-
 der zurückseyn; ich hab aber noch nichts von derselben
 Verrichtungen erfahren. Herr Moula hat mir vor etwas Zeit
 geschrieben, dass ein gewisser Brief, den ich ihm geschrie-
 ben, den er hat müssen im Original der Commission über-
 geben und welcher nachgehends ist I. K. M. selbst über-
 geben worden, gar Vieles zu der glücklichen Veränderung
 der Akademie beigetragen habe.

P. S. Eben empfangen ich durch Hrn. M. Ochs zwei Exem-
 plare von dem programmate wegen dem Berliner prae-
 mio. Vielleicht haben Ew. mir solches adressiren lassen;
 ich bedaure aber, dass mir die causa electricitatis so
 gar unbekannt sey, und ich kann mich unmöglich re-
 solviren etwas zu schreiben, was mir selber keines-
 wegs satisfacirt.