LETTRE III.

SOMMAIRE. Envoi du mémoire de Jean Bernoulli II *) *Sur la propagation de la lumière.* — Jugement d'Euler sur les pièces de Jean et de Daniel, relatives aux déclinaisons des orbites planétaires. La publication de la Mécanique d'Euler est attendue avec impatience; la haute idée que s'en forme J. B. — Le principe des forces vives, contesté par les Anglais. — Polémique à ce sujet entre Jurin et J. B. dans les Actes de Leipzig. — Sommation des séries des puissances réciproques paires des nombres naturels.

Viro Clarissimo ac Mathematico longe acutissimo
LEONHARDO EULERO S. P. D. JOH. BERNOULLI.

Annus propemodum est quod postremas Tuas litteras accepi; ne credas quaeso, diuturni silentii causam fuisse aliquam animi mei alienationem, nosti enim et fateris ipse, quot quantaque Tibi olim dederim benevolentiae testimonia, ut plane non sit, cur ullam in me erga Te suspiceris mutationem: Vera potius dilationis causa est partim locorum longinquitas, partim sumtus erogandi in litteras mittendas et

*) Troisième fils de Jean, né le 18 mai 1710, † le 17 juillet 1790.

accipiendas per cursorem publicum. Utor itaque hac occasione commoda, qua citra sumtus ad Te amandare possim dissertationem filii mei Johannis de propagatione Luminis, condecoratam praemio superioris anni ab Academia regia Parisina, de qua, postquam eam perlegeris, judicium Tuum (quod ferre soles ex animi sententia) praestolabimur. Vidi quae perscripsisti filio meo Danieli de utriusque nostrûm dissertationibus super declinationibus orbitarum planetariarum*), id quod judicas de Danielis opere, videri scilicet deproperatum fuisse summa cum festinatione, idem et mihi visum fuerat, quod etiam statim ipsi exprobraveram. Si dicere licet quod sentio, credo ipsum ad optatum finem non perventurum fuisse, nisi paucis mensibus ante praemiorum distributionem reditum suum ex Moscovia per Lutetiam sumsisset, ubi occasionem invenit prensandi quorundam benevolentiam aut aliquid aliud moliendi, sicuti Tu ipse festive jocaris, quando dicis, in dissertatione Danielis hoc unum praecipue laude dignum reperiri, quod praemium reportaverit. In solidiorem mihi vergit gloriam honorifica quam fers sententia de mea dissertatione, *eam nempe elaboratam esse magna diligentia atque insigni ingenio*; quod vero addis Te dubitare an ipse credam, quaestionem per Theoriam meam plenarie solutam esse; ad hoc respondeo a nemine exigi posse, ut in rebus mere physicis promittat solutiones omni exceptione majores atque ad rigorem geometricum demonstrabiles; sufficit si secundum principia clara et semel stabilita ratiocinando recte procedat: Certe non puto, Cartesium vel Newtonum, vel alium quemvis ex Philosophis, qui systema physicum condidit, ausum fuisse vitam aut animam suam oppignerare pro

*) v. Histoire génér. des mathém p. Bossut T. II pag. 367 etc.

systematis sui exacta convenientia cum rerum existentia . . . . . Accepi a Filio, novam Mechanicam a Te parari ejusque tomum primum jamjam e prelo evasisse, id quod intelligere summo me gaudio afficit, spero namque me in hoc opere visurum multa singularia ex sagacissimi Tui ingenii promtuario depromta atque ab aliis Mechanicae Scriptoribus intacta; a Tuo quippe mentis acumine, quod ad profundissima penetrat naturae mysteria, nihil non novi, nihil non limatissimi mihi promitto: facile sane provideo Te non haerere tantum in explicandis vulgaribus istis et trivialibus Staticae legibus atque machinarum viribus ab aliis dudum occupatis; dabis operam haud dubie, ut sublimior Mechanicae pars, quae est Dynamica, hactenus segniter admodum tractata, a Te in plena sua luce prodeat, ubi praesertim ansam habebis naturam virium vivarum ita penitus excutiendi, ut nullus vel pertinacissimis adversariis relinquatur locus, quo suis cavillationibus ex invidia an imperitia an ex utraque identidem nobis obtrusis veram earum virium aestimationem arrodere non desinunt, id quidem ego nunc obtinui meis demonstrationibus, in dissertatione mea de motu tum et alibi expositis, ut nunc in Gallia passim veritas triumphet, sed Anglis usque adeo adhuc stomachum movet (ex livore credo contra Leibnitium, primum virium vivarum assertorem) ut cum unum alterumve ad silentium redactum atque e medio sublatum esse putamus, statim duo tresve alii prorumpant vehementius declamantes, non secus ac esset in Anglia Hydra Lernaea ad quam domandam Te tanquam Hercule opus erit. Jurinus imprimis, ut in Act. Lips. legi, horribilem strepitum excitat contra virium vivarum Patronos, sed insulsis adeo atque jejunis argumentis utitur, ut commiserationem potius quam indignationem commoveat: lepidum fuit vidisse in Actis

Lips. 1735. m. Majo recensionem quarundam dissertationum Jurini in quarum ultima inepte debacchatur contra vivium vivarum Defensores et nominatim quidem contra me, sed cui recensioni immediate subjecta est mea aliqua Dissertatio *De vera notione virium vivarum earumque usu in Dynamicis,* quasi eam dedita opera scripsissem in refutationem praecedentis dissertationis Jurinianae, etiamsi revera mihi nondum innotuerit a Jurino quicquam ea de re scriptum fuisse.

Percepi porro te invenisse modum summandi seriem fractionum $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+$ etc. h. e. $1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+$ etc. cujus nempe denominatores procedunt ut quadrata numerorum naturalium 1, 2, 3, 4, etc. id quod olim fratri meo Jacobo imperscrutabile fuit, sicuti ipse fatetur in Tractatu suo de seriebus infinitis p. 254; invenisti namque summam illius seriei $=\frac{cc}{6}$, nominando scilicet diametrum circuli $=1$, ejusque circumferentiam $=c$; volebat meus Daniel fontem ejus indagare, sed irrito successu, quanquam in postremis Tuis litteris ad ipsum aliquid ni fallor de fundamento ei aperueris, cum primum vero mihi nominasset summam a Te inventam $\frac{cc}{6}$, praetereaque nihil, indeque ego intellexissem summam seriei reduci ad quadraturam circuli, curiosus unde petenda esset analysis, mox ipse proprio meo Marte totum detexi mysterium, in subsidium vocato elegantissimo aliquo theoremate Newtoni, quod sine demonstratione extat in ejus Algebra p. 251 edit. Lond. an. 1707, cujus autem demonstrationem etiam ego inveni, ubi traditus modus, quo ex coëfficientibus terminorum datae alicujus aequationis determinatur summa non tantum radicum, sed et ex radicibus summa quadratorum, cuborum, quadrato-quadratorum, etc. Ut itaque judicare possis an rem acu tetigerim, exprimam hic summas serierum ubi denominatores progrediuntur ut potentiae quartae, tum etiam ut potentiae sextae numerorum naturalium 2, 3, 4, 5, etc. Inveni enim (instituendo pro singulis novum calculum) $1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \text{etc.} = \frac{c^4}{90}$, item $1 + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{3^6} + \frac{1}{4^6} + \text{etc.} = \frac{c^6}{940}$. ex istis porro elicietur summa $1 + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{3^8} + \frac{1}{4^8} + \text{etc.}$ atque ita successive progredi licebit ad altiores dimensiones. Sed calculus gradatim fit operosior, extenditurque tantum ad exponentes dimensionum pares; quod si vero sint impares, fateor me quaesiti nondum esse compotem. Si quem possideas modum pro imparibus, ex. gr. pro hac serie summanda $1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \text{etc.}$ gratum erit a Te edoceri. Caeterum scrupulus aliquis subest in hoc negotio ex eo oriundus, quod pro hypothesi assumitur ex coëfficientibus terminorum alicujus aequationis, etiam infinitae, dependere radicum determinationem, id quod quidem in genere verissimum est, sed saepissime accidit ut in aequatione proposita lateant praeter radices utiles (quae problema solvunt) etiam inutiles seu peregrinae, imo quoque impossibiles seu imaginariae: Adeoque in hac aequatione ad quam pervenitur $e - x + \frac{x^3}{2.3} - \frac{x^5}{2.3.4.5} + \frac{x^7}{2.3\ldots7.} - \text{etc.} = 0$ ubi x denotat arcum circuli incognitum sinui dato e respondentem, demonstrandum esset nullam contineri radicem impossibilem, nullamque aliam, quam quae revera alicui ex infinitis arcubus ad sinum e pertinentibus respondeat; Habeo quidem in hoc casu aliquam demonstrationis speciem, quae mihi rem utcunque probabilem reddit: alias innumera possem afferre exempla, in quibus ita ratiocinando ad manifestam absurditatem delaberemur, ut si posito radio circuli $= 1$, arcu quodam dato a, tangente incognita $= t$, nosti utique hanc haberi aequationem $a = t - \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{7}t^7 + \text{etc.}$ adeoque $a - t + \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{5}t^5 + \frac{1}{7}t^7 - \text{etc.} = 0$; haec ergo aequatio infinitas radices t habebit, ex illis tamen omnibus unica tantum satisfacere ipsique arcui a respondere potest. Sed Te diutius detinere nolo. Vale, Vir Clarissime, et me quod facis amare perge. Dabam Basileae a. d. 2 April 1737.