quia autem -1 elevatum ad numerum parem dat $+1$ et ad numerum imparem -1, erit numerus divisorum

$$=\frac{3+1+1+1+1-1+1-1+1+1+1-1+1-1}{2}=4,$$

qui sunt $1, 2, 3, 6$. Si igitur quis potuerit, formula illa posita $=2$, eruere quid sit x, haberetur terminus generalis pro serie numerorum primorum; sed isthuc pertingere non spero. Incidi nuper, opera Fermatii legens, in aliud quoddam non inelegans theorema: *Numerum quemcunque esse summam quatuor quadratorum*, seu semper inveniri posse quatuor numeros quadratos, quorum summa aequalis sit numero dato, ut $7=1+1+1+4$. Sed tria quadrata nunquam invenientur, quorum summa sit 7. Ad hoc theorema demonstrandum requiritur, ut generaliter quatuor quadrata inveniantur z^2, y^2, x^2, v^2 quorum summa aequalis sit summae quinque datorum $1+a^2+b^2+c^2+d^2$. Alia ibi habentur theoremata de resolutione cujusvis numeri in trigonales, pentagonales, cubos etc., quorum demonstratio magnum afferret incrementum analysi. Ut pagina haec impleatur transcribam quadraturam quandam circuli, quam ex propositione aliqua Gregorii a St. Vincentio elicui, cujus falsitatem nemo adhuc ostendit. Ea haec est: Si peripheria sit p et diameter d, erit $\frac{p}{d}=\frac{3(1+A)\sqrt{3}}{2(2A-1)}$, est vero $A=\left(\frac{11}{5}\right)^{\frac{l11:5}{l203:53}}$, ubi $l\,11:5$ denotat logarithmum fractionis $\frac{11}{5}$ et $l.203:53$ logarithmum hujus $\frac{203}{53}$. Haec expressio prope ad $\frac{22}{7}$ accedit, et si vera esset, magnum sane esset inventum.

Vale et favere perge, Vir Celeb., Tui observantissimo

Eulero.

LETTRE VI.

Goldbach à Euler.

Sommaire. Réflexions ultérieures sur le théorème de Fermat et réponse à la lettre précédente.

Moscuae d. $\frac{15}{26}$ Junii 1730.

Etiamsi vera non esset Fermatii propositio, tamen laude digna mihi videtur propterea quod, cum ejus demonstrationem investigamus, in alia incidimus theoremata quorum veritas solidis argumentis evinci potest, quale est illud quod de numero a^n+b^n divisibili per $a+b$, si n fuerit numerus impar, observasti.

Praeterea 1) si a, b, n sint numeri integri, et $\mp$ significet aequationem impossibilem, posito $\frac{a\pm n}{n^2+1}\mp b$, sequitur a^2+1 esse numerum primum; id quod demonstrari potest.

Sufficit autem pro n seligere numeros qui n^2+1 faciunt primos, videlicet 2, 4, 6, 10, 14, etc. (sunt enim 2^2+1, 4^2+1, 6^2+1, etc. numeri primi), sic verbi gratia quoniam illico patet numeros $\frac{20\pm2}{5}$ et $\frac{20\pm4}{17}$ non esse integros, sequitur numerum $20^2+1=401$ esse primum.

2) Verisimile est divisorem minimum (unitatem et numerum ipsum hic pro divisoribus non habeo) cujuscunque numeri $a^{2^x}+1$ esse hujus formae $n^{2^x}+1$, sed hoc quia nondum satis examinavi, affirmare non possum, nisi de unico casu, ubi $x=1$, qui facile demonstratur. Caeterum si verum esset quod verisimile dixi, ex eo demonstraretur theorema Fermatianum, nam v. gr. posito $a=2$, n non posset sumi $=1$ (quoniam $n^{2^x}+1$ fieret numerus par, atque adeo dividere non posset numerum imparem), neque $n=2$ (quoniam divisor $n^{2^x}+1$ fieret $=$ ipsi dividendo), ergo $2^{2^x}+1$ non haberet ullum divisorem.

Utrum numeri (3^n+2^n) (ubi n significat dignitatem aliquam binarii) primi sint, non dixerim; si conjectare libet fortasse etiam $(2.3)^{2^n}+1$ sunt numeri primi, fortasse et $(2p)^{2^x}+1$, si p est primus; sed quis unquam affirmavit numeros (2^n-1) esse primos, si n sit primus?

Quae de termino generali numerorum primorum inveniendo ex formula, numerum divisorum dati cujusvis numeri exprimente, disseris, ingeniose meditata agnosco, etsi in usum deduci, ut ipse animadvertis, vix possint.

Fermatii et Gregorii a S. Vincentio opera me non legisse doleo. Quod ex Fermatio refers theorema: *Numerum quemcunque esse summam quatuor quadratorum*, demonstratum videre cupio, facile illinc infertur *Numerum quemcunque esse summam tot quadratorum* $(3n+1)$ *quot numerus pro arbitrio sumtus n continet unitates.* Sunt mihi complura ejusmodi theoremata in promtu, quorum demonstrationes neque exercitatissimus Mathematicus, nisi forte fortuna, inveniat, etsi sua natura facillimae sint; v. gr. nullum numerum triangularem si ei addatur 4, habere radicem rationalem octavae vel decimae potestatis, seu quod idem est, positis a et n numeris integris fore $\frac{nn+n+8}{2}=a^{9\pm1}$.

De quadratura circuli per logarithmos numerorum, quos in litteris Tuis commemoras, expressa, vehementer dubito, etsi ad verum prope accedat. Sunt etiam numeri surdi simplices qui parum a vero aberrant, ut si data diametro $=1$, peripheriam dicamus $3+\frac{\sqrt{2}}{10}$, hic numerus ne quidem $\frac{2}{100000}$ a vero deficit; ita ut non putem ullam methodum excogitatam esse quae rationem diametri ad peripheriam terminis tam prope veris geometrice definiat quam haec ipsa; quid enim facilius est quam diagonalem quadrati circumscripti dividere in partes decem et unam decimam addere ad triplum diametri? Vale et fave Tuo

Goldbach.