

Geheimnisse verborgen zu liegen, wovon dem Fermatio einige wichtige bekannt gewesen seyn mögen, deren Verlust um so viel mehr zu bedauern ist. Ich habe an Mr. Clairaut geschrieben, ob die Manuscripte von Fermat noch zu finden wären. Da aber der goût für dergleichen Sachen bei den Meisten erloschen ist, so ist auch die Hoffnung verschwunden

Der Herr Brigadier Baudan ist hier noch ausser Dienst und hat sich mit einer Mlle. Mirabel verheirathet, die ein artiges Haus besitzt, welches ich für 2000 Rthlr. gekauft und dazu von Ihro Königl. Majestät das Privilegium eines Freyhauses erhalten habe. Dasselbe liegt zwischen der Friedrichs- und Dorotheen-Stadt, nahe bey dem Ort, wo I. M. der König das neue Schloss und die Akademie zu bauen beschlossen hat; dass also die Situation nicht erwünschter seyn könnte.

Euler.



LETTRE XLIX.

=

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Affaires de l'Académie de St.-Petersb. Oeuvres de Jean Bernoulli. Correspondance avec Nic. Bernoulli. Nouveau volume des *Miscellanea Berolinensia*.

Berlin d. 15 Dec. 1742.

— — Der Zustand der Akademie in Petersburg gehet mir wegen des Hn. Rath's Schumacher sehr zu Herzen; am meisten aber ist der H. Bernoulli darüber allarmirt, weil er befürchtet seine bisher genossene Gage zu verlieren. Es werden anjetzo des alten Hn. Bernoulli Schriften, so noch nicht publicirt worden, in Genève gedruckt. Dieses Werk soll unserm König dedicirt werden und der Verleger will selbst herkommen solches zu praesentiren. Mit demselben werde ich bei dieser Gelegenheit einen Accord wegen meiner Scientia navali zu treffen suchen, welches vermuthlich die Akademie nicht übernehmen wird. — —

Ich bin anjetzo auch mit dem Hn. Prof. Nicolao Bernoulli in Correspondenz gekommen. Diese hat bisher roulirt über die summationem serierum $1 + \frac{1}{2^{2n}} + \frac{1}{3^{2n}} + \frac{1}{4^{2n}} + \text{etc.}$, worüber derselbe sehr schöne Reflexionen gemacht. Bei dieser Gelegenheit habe ich demselben eine kurze Methode communicirt alle differentialia hujus formae

$$\frac{A+Bx+Cx^2+Dx^3+\text{etc.}}{a+\beta x+\gamma x^2+\delta x^3+\text{etc.}} dx$$

zu integriren vel absolute, wenn möglich, vel ope logarithmorum vel quadraturae circuli. Diese Methode bestehet darin, dass man erstlich den denominatorem in seine factores simplices resolvire; weil aber öfters einige von diesen factoribus imaginarii werden, so hatte ich angemerkt, dass da alle factores imaginarii immer numero pares seyn müssen, dieselben auch so beschaffen sind, dass je zween mit einander multiplicirt, ein productum reale geben. An diesem Satz zweifelte nun letztens der H. Bernoulli, und glaubte, dass es solche formulas gebe, deren factores imaginarii nicht diese Eigenschaft hätten. Dieses zu behaupten, brachte er diese Formul $x^4 - 4x^3 + 2xx + 4x + 4$ als ein Exempel vor, welche nachfolgende 4 factores simplices imaginarios hatte I. $x - 1 - \sqrt{2 + \sqrt{-3}}$, II. $x - 1 + \sqrt{2 + \sqrt{-3}}$, III. $x - 1 - \sqrt{2 - \sqrt{-3}}$, IV. $x - 1 + \sqrt{2 - \sqrt{-3}}$, von welchen man seiner Meinung nach nicht sollte zwey finden können, welche mit einander multiplicirt ein productum reale hervorbrächten*). Dieses Exempel schien mir anfänglich meinen Satz umzustossen, als ich aber die Sach reifer überlegte, so fand ich, dass der I und III mit einander multiplicirt dieses productum reale $xx - (2 + \sqrt{4 + 2\sqrt{7}})x$

*) Voir dans le II vol. la 2de lettre de N. Bernoulli.

$+ 1 + \sqrt{7} + \sqrt{4 + 2\sqrt{7}}$, die zwey übrigen aber, der II und IV, dieses $xx - (2 - \sqrt{4 + 2\sqrt{7}})x + 1 + \sqrt{7} - \sqrt{4 + 2\sqrt{7}}$ geben. Weilen nun durch diese Antwort das gemachte dubium gehoben wird, so vermuthe ich nun von dem Hn. Bernoulli zur Recompens eine richtige Demonstration meines Satzes: Omnem expressionem algebraicam $a + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4 + \text{etc.}$ vel in factores reales simplices $p + qx$, vel saltem in factores reales quadratos $p + qx + rxx$ resolvi posse, welcher Satz (den ich ungefähr wie einige theoremata Fermatiana, aber nicht summo rigore demonstriren kann) in der analysi von sehr grossem Nutzen ist, denn daraus folgt omnem formulam differentialem vel rationalem vel ad rationalitatem reducibilem, nisi absolute integrari queat, semper certe ope vel logarithmorum vel quadraturae circuli integrari posse.

Mit dem neuen tomo Miscellaneorum Berolin. ist man schon ziemlich weit gekommen, worin fast die ganze classis mathematica von mir kommt*). Weilen ich aber von den in Petersburg zurückgelassenen Piëcen keine Copien habe, und dieselben entweder sehr spät oder gar nicht zum Vorschein kommen dürften, so nehme die Freyheit Ew. gehorsamst um Dero Rath zu bitten, wie ich am füglichsten zu denselben gelangen könnte. Ich verlange solche gar nicht, um anderwärts drucken zu lassen, denn dazu finden sich immer Materialien genug; sondern um mich darin umzusehen, damit ich nicht eine Sach zweymal zum Vorschein bringe.

Euler.

*) C'est le tome VII contenant cinq mémoires d'Euler.