LETTRE LV.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Rectification d'une erreur commise dans la lettre précédente. Observations ultérieures sur la sommation des séries.

---

d. 12 Februar 1743.

Da ich anjetzo nach Königsberg schreibe, so habe Gegenwärtiges, als Postscriptum zu meinem letzten Briefe an Ew. mit absenden und zugleich einen abermal eingeschlichenen Fehler corrigiren wollen, denn die summa

$$p = 1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9}\right) - \text{etc.}$$

ist nicht $z - \frac{\pi^2 l2}{6} + \frac{l2}{2}$, sondern $z - \frac{\pi^2 l2}{6} + u$, wenn

$$u = 1 - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{9}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{16}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \text{etc.}$$

Setzet man ferner

$$v = 1 - \frac{1}{2^2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3^2}\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{4^2}\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \text{etc.},$$

so wird $u + v = \frac{\pi^2 l2}{3}$.

Sonst habe ich auch observiret, dass wenn man setzet

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \text{etc.}$$

$$B = \frac{3}{1.2} + \frac{5}{2.3}\left(1 + \frac{1}{2^3}\right) + \frac{7}{3.4}\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3}\right) + \frac{9}{4.5}\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3}\right) + \text{etc.}$$

alsdann seyn werde

$$\frac{B}{2A} = z = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \text{etc.}$$

Ich weiss nicht, ob dergleichen casus bishero sonderlich betrachtet worden, ubi series $= \infty$ dividitur per aliam seriem $= \infty$. Ich mag mir nicht die Mühe nehmen zu sehen, was per actualem divisionem der seriei B durch $2A$ vor termini herauskommen möchten, weil ich vermuthe, dass dieselben sehr confus aussehen werden.

Wenn man ferner setzet

$$= 1C + \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2^3}\right) + \frac{1}{3}\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3}\right) + \frac{1}{4}\left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3}\right) + \text{etc.}$$

so wird $\frac{C}{A} = \frac{B}{2A} = z = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \text{etc.}$, woraus aber nicht folget, dass $2C = B$, sondern nur dass $2C - B$ ein infinite parvum sey respectu ipsius B vel C.

Goldbach.