LETTRE LXVII.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Réponse à la précédente.

St. Petersburg d. Dec. 1745.

Aus Ew. Schreiben vom 15. October habe ich mit Vergnügen ersehen, dass endlich aus meiner Demonstration etwas geworden ist. Ob mir nun wohl meine andere occupationes fast keine Zeit übrig gelassen, die von Ew. beygefügten andern theoremata etwas genauer zu untersuchen, so hoffe ich doch, dass man künftig in dieser generali aequatione impossibili $emn - f(m+n) = aa$ die conditiones numerorum e et f in unendlich vielen casibus wird bestimmen können.

In der serie $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \pm \frac{1}{9} + \frac{1}{16} \pm \frac{1}{25} \pm \frac{1}{27}$ etc. und den von mir angegebenen summis ist gar kein Fehler, wie sol-

ches Ew., wenn Sie selbige noch einmal zu betrachten belieben, leicht ersehen werden.

Dass die divisores formae $10n+1$ in der serie, cujus terminus generalis est $xx + 19x - 19$, nicht excludiret werden, ist so offenbar, dass es mir des Morgens nach Abgang meines vorigen Briefes, als ich ohngefähr daran dachte, selbst beyfiel; ich achtete aber die gloriam der ersten Entdeckung dieses erroris nicht so wichtig, dass ich selbige durch ein besonderes, nur blos dazu gewidmetes Schreiben notificiren sollte.

Die series $a^m - n(a+b)^m + n(n-1)(a+2b)^m - \text{etc.} = 0$ ist mir vorher gar nicht bekannt gewesen; um mich von der Wahrheit derselben zu convinciren, wollte ich gradatim erst $m=1$, $m=2$, etc. setzen, und dann successive auch $n=1$, $n=2$, etc. nehmen, so würde es sich zeigen, dass auch in den grösseren valoribus m et n, die series sich allezeit destruiren müsse.

Bey der serie $(1-n)(1-nn)(1-n^3)$ etc. ist mir ein besonderes problema eingefallen: Data serie A infinitorum terminorum, signis $+$ et $-$ dato ordine variantibus procedentium, invenire seriem B hujus naturae, ut in producto AB signa $+$ et $-$ eodem ordine sibi succedant, quo ordine isbi succedebant in A. Dieses problema kann sehr leicht solviret werden in dem casu $A = (1-n)(1-nn)(1-n^3)$ etc., obgleich darin, wie Ew. angemerkt haben die signa $+$ et $-$ auf eine gar ungewöhnliche Art abwechseln, denn wenn ich setze $B = (1-n^{\frac{1}{2}})(1-n^{\frac{3}{2}})(1-n^{\frac{5}{2}})$ etc., so wird A multiplicata per B eine neue series, welche dieselbe variationem signorum in sich hält.

Goldbach.