

LETTRE LXXIII.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Problème de nombres.

Moscou d. 16. Juli st. n. 1744.

Ich halte diese Proposition für gewiss, ohngeachtet ich glaube, dass die Demonstration davon nicht leicht zu finden sey: Dato numero primo hujus formae $4n + 1$, datur alius numerus hujus formae $a^2 + 1$, quem ille dividat; (dass aber invento uno $a^2 + 1$, noch innumeri alii von dieser Eigenschaft gefunden werden können, ist an sich offenbar). In gewissen Fällen ist die Solution gar leicht, als zum Exempel, wenn in dem gegebenen numero primo $4n + 1$ der numerus n quadratus oder trigonalis ist.

Ich möchte wohl wissen ob Ew. ein Buch gelesen haben, davon mir nur der folgende Titel bekannt ist: La méthode des fluxions, par M. Newton, à Paris 1740.

Im übrigen beziehe ich mich auf mein letztes Schreiben vom 1. Juni.

Goldbach.

LETTRE LXXIV.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Suite sur les expressions qui peuvent, ou ne peuvent point donner des nombres quarrés.

Moscou d. 17. August 1744.

Wenn die numeri m et n in den bisherigen theorematibus nicht jederzeit numeros integros affirmativos angedeutet und Ew. nicht in Dero damaligem Schreiben ausdrücklich gesagt hätten, dass die 38 formulae, in welchen diese numeri m et n vorkommen, nullo modo quadrata seyn könnten, würde ich einige derselben nicht so leicht in Zweifel gezogen haben, und glaube nunmehr gern, dass sie nach der von Ew. angeführten Restriction alle richtig sind. Vielleicht wäre es aber besser, wenn man bemeldte numeros allezeit in ihrer generalen Bedeutung liesse, und z. Ex. anstatt der formula $8mn - 3m + 3n \mp aa$ (so einer Restriction nöthig hat) generaliter sagte

$8(3m \mp 1)(3n \pm 1) - 3(3m \mp 1) + 3(3n \pm 1) \mp aa$,
 worin dasjenige, so bey dem theoremate essentiell ist, be-
 steht. Ich habe ferner observiret, dass wenn $emn - m - n$
 kein quadratum seyn kann, auch $emn - n - e \mp \square$, oder
 wenn e ein numerus integer hujus conditionis ist, dass
 $\frac{aa \pm n}{en - 1}$ niemals ein numerus integer seyn kann, alsdann auch
 $\frac{aa \pm e}{en - 1}$ kein numerus integer ist.

Für die mir communicirten fürtrefflichen theoremata
 danke ich verbundenst.

Goldbach.

P. S. Unlängst haben I. Kais. Majestät mich (wiederum
 praeter meritum et petitum) zum würrklichen Etatsrath nebst
 dem appointment von 2000 R. ernennet.



LETTRE LXXV.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Concours de Paris pour la théorie de l'aimant. Suite des recherches
 arithmétiques des lettres précédentes. Somme de diverses séries.

Berlin d. 19 September 1744

— — — M. Clairaut hat mich von neuem versichert, dass
 bey der letzten Untersuchung der eingeschickten pièces über
 den Magneten, die meinige die grösste Approbation gefunden,
 dass aber drey von den fünf dazu ernannten Commissariis,
 welche Newtonianische Attractionisten seyen, in dem Ge-
 danken stehen, dass diese Frage nimmer auf eine mathema-
 tische Art erklärt werden könne. Nach zwey Jahren müsse
 aber, nach den Gesetzen der Akademie, der Preis nothwendig
 ausgetheilt werden. Unterdessen deucht mich, dass wenn die
 Herren die Auflösung dieser Frage für unmöglich halten,
 dieselben die von neuem darauf gesetzten 2500 livres auf
 eine ihrem Urtheil nach mögliche und nützlichere Frage
 hätten setzen sollen.