LETTRE LXXVI.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Recherches arithmétiques; suite.

Moscau d. 1 October 1744.

Ich lasse dahingestellt seyn, ob bey jetzigen Zeitläuften nicht indépendamment de toute attraction Newtonienne, trente raisons mögen gewesen seyn, wodurch man die Austheilung des Preises zu differiren genöthiget worden.

Mein voriger Brief wurde in solcher Eile geschrieben, dass ich gar vergessen zu melden, warum ich die eingeschlossenen Blätter beygefüget. Ich habe in vorigen Jahren von unterschiedenen Briefen, die es nicht werth gewesen, Copien behalten, wovon, als ich dieselben unlängst durchgeblättert, ein guter Theil cassiret worden; weil aber doch in den übersandten Blättern einige Anmerkungen über die numeros negativos waren, so sich wohl möchten behaupten

lassen, habe ich selbige Ew gleichsam vor die lange Weile communiciren wollen. Was sonsten von seriebus darinnen enthalten seyn mag, hat mir damals neu geschienen, und ist nunmehro von keiner Erheblichkeit.

Ew. Methode, die numeros $aa + 1$, so durch den numerum primum $4n + 1$ divisibiles sind, zu finden, gefället mir sehr; ich glaube kaum, dass ein anderer processus in diesem Falle möglich sey, und dass derselbe wohl Niemandem vor Ew. bekannt gewesen seyn mag.

Es ist mir unlängst bey der formula $emn..fm..gn$ Folgendes eingefallen: Innumerabiles sunt numeri, qui ad hanc formulam $10mn \pm (m + 7n)$ redigi non possunt, ut 1, 3, 4, 6, 9, 10 etc., sed nulla potest dari formula generalis algebraica $a + bx + cxx +$ etc. (ubi x designet numerum integrum variabilem, a, b, c, etc. constantes) ita comparata, ut dici possit $10mn \pm (m + 7n) = a + bx + cxx +$ etc. quemadmodum dici potest $4mn - m - n = xx$. Man könnte zwar sagen, dass auch mn für sich allein dieselbe Eigenschaft hat, es ist aber selbiges theils alsofort evident, theils gehöret mn nicht eigentlich zur formula $emn..fm..gn$, allwo durch e, f, et g numeri integri verstanden werden.

Ich möchte wohl wissen, ob Ew. den numerum e in dieser Proposition $A...emn - m - n = aa$, ausser dem casu, da e ein multiplus quaternarii ist, auf vielerley Art determiniren können? Dieses kann ich indessen demonstriren, dass die propositio A allezeit falsch ist, wenn e nicht diese Form hat $(4hk - h + 1)$, so dass h und k numeri integri affirmativi seyen; denn wenn e diese Form nicht hätte, so wäre A evidenter falsch in casu $n = 1$, und folglich nicht universaliter negans.

Als mir neulich ein Theil von den Mémoires de l'Académie p. l'année 1734 in 8° in die Hände gerathen, habe ich daselbst p. 268 s. des Hn. Clairaut solution de plusieurs problèmes etc. angetroffen. Die Solution, so er gibt, kann meines Erachtens nicht generalior erdacht werden, und was er von dem problème troisième sagt, scheinet mir auch sehr merkwürdig. Der Hr. Bouguer brauchet, vor das signum, so Ew. schreiben $\nless$, dieses $\geqq$, welches zwar nicht compendiös, aber sehr expressif ist.

Goldbach.

LETTRE LXXVII.

Euler à Goldbach.

Sommaire. Même sujet.

Berlin d. 17. November 1744.

— — — Dass Ew. meine Methode die numeros $aa+1$ zu finden, so durch den numerum primum $4N+1$ theilbar sind, einiger Attention gewürdiget, erfreuet mich sehr: Der Beweis davon ist dieser: Wenn $aa+bb$ divisores haben soll, so müssen die Buchstaben a und b also beschaffen seyn $a=mp+nq$ und $b=mq-np$; denn da wird $aa+bb=(mm+nn)(pp+qq)$, und folglich ist $aa+bb$ divisibel durch $pp+qq$. Da nun $4N+1$ immer auf die Form $pp+qq$ gebracht werden kann, so müssen solche Zahlen für m und n gefunden werden, damit $b=$ wird ± 1, oder $mq-np=\pm 1$. Wenn ich also aus der Aequalität $4N+1=pp+qq$ den Bruch $\frac{p}{q}$ formire, so muss ein anderer Bruch $\frac{m}{n}$ gesucht