quae aequatio ad rationalitatem perducta fit:

$$p^4 + 2ppqq + q^4 + 30cpqq - 18cp^3 - 9ccqq$$
$$+ 108ccpp - 216c^3p = 0.$$

Est ergo haec caustica linea quarti ordinis, quae ex aequatione

$$q = \frac{(9c \mp \sqrt{(9cc + 12cp)})\sqrt{(3c - 2p \pm \sqrt{(9cc + 12cp)})}}{2\sqrt{6c}},$$

non difficulter construetur.

Curva haec est tricuspidata triangulo aequilatero inscripta uti haec figura adjecta (Fig. 21) repraesentat, et curva problemati satisfaciens oritur, si filum huic curvae complicetur, alterque terminus in C figatur, sicque per evolutionem fili describetur.

LETTRE LXXXVIII.

Goldbach à Euler.

Sommaire. Problème de la courbe catoptrique. Sur les nombres π et $\sqrt{2}$. Sommation d'une série.

St. Petersburg d. 28. December 1745.

Ew. sage ich für die mir übersandte ausführliche Solution des problematis in Act. Lips. propositi schuldigsten Dank. Ehe selbige noch ankam, hatte ich schon vor mich observiret, dass (Fig. 17) $CM + NR = 2(a + v) - \frac{2udv}{du}$ und $CN + NR = 2(a - v) + \frac{2udv}{du}$ (woraus denn folget, dass die drey latera trianguli $CM + MN + NC = 4a$) und dass $MR = \frac{cPM}{\sqrt{(cc - uu)}}$, folglich MR nur in dem einigen casu $= PM$, wenn $u = 0$; obzwar generaliter wahr ist, dass MR normalis ad axem wird, wenn nur $y = \frac{4aa - xx}{4a}$ (abstrahendo a valore ipsius x). Ich habe auch nicht gefunden, dass Ew. den casum determiniret, wenn das spatium interceptum CR ein maximum wird. Die Solution selbst soll, sobald es Ew. verlangen, zurückgesandt werden.

Was ich von dem numero 31415..., so durch 0 und 1 zu exprimiren wäre, geschrieben, ist allerdings unrichtig, und müsste nur von der arithmetica dyadica verstanden werden, welches aber auch allem Ansehen nach eine vergebliche Mühe seyn würde.

Aus der Zahl, so $\sqrt{2}$ in arithmetica dyadica vorstellet, erhellet zwar noch keine Ordnung, es ist aber doch zu considériren, dass ein numerus ex lege non circulante constans per additionem alterius numeri circulantis so verstellet werden kann, dass man nicht leicht eine legem darin entdecken wird.

Den modum, durch divisores continue auctos einen quotum non circulantem herauszubringen, haben mir Ew. schon längst communiciret; wenn aber der Endzweck nur blos seyn soll, numeros certa lege non circulantes zu finden, so halte ich diese Methode für etwas weitläufig.

Um zu sagen, dass Jemand die quadraturam circuli in numeris gefunden habe, müsste man, meines Erachtens, zuvörderst den gradum facilitatis, qua ille numerus ab inventore exprimendus sit, determiniren; denn ohne dergleichen Determination, dürfte man nur die seriem Leibnitii, oder eine andere actu addiren, und ich glaube, dass man in dieser Supposition nach der Billigkeit die inventionem quadraturae circuli Demjenigen nicht absprechen könnte, welcher den numerum 31415... eben so leicht als man $\sqrt{2}$ durch eine würkliche extractionem radicis quadratae findet, hervorzubringen vermögend wäre.

Die in meinem vorigen Schreiben enthaltene series scheinet Ew. schon vorher bekannt gewesen zu seyn.

Wenn x den exponentem terminorum andeutet, so ist, posito termino generali $xa^{\pm x}$ die summa generalis

$$\frac{a}{(a \mp 1)^2}\left(xa^{\pm(x+1)} - (x+1)\,a^{\pm x} + 1\right),$$

wiewohl hierin ausser dem arrangement der formulae summatricis nichts neues ist.

Zu dem dortigen établissement des Hn. de Maupertuis, welches ich aus den Zeitungen mit besonderer Freude vernommen, bitte ich demselben meine schuldigste Gratulation abzustatten und wünsche herzlich, dass die Consideration, welche der König für dessen Meriten hat, noch viel Gutes zum Aufnehmen der Wissenschaften nach sich ziehen möge.

Goldbach.