$$\frac{1}{s} = \frac{1}{a} + \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c + \frac{1}{8}d + \frac{1}{16}e + \text{etc.}$$

Ich bin jetzund mit Durchlesung derjenigen Pièccn, welche über die von der Akademie aufgegebene Frage von der Ursach und der Ordnung der Winde sind eingesandt worden, beschäftiget. Es sind darüber 10 eingelaufen, unter welchen sich eine, so vor allen andern in Betrachtung gezogen zu werden verdient, befindet. Die Devise, so sich zu Ende derselben befindet, ist auch schön; sie lautet also:

Haec ego de ventis: dum ventorum ocyor alis
Palantes pellit populos Fridericus, et orbi,
Insignis lauro, ramum praetendit olivae. *)

*) C'est la pièce de concours de d'Alembert. Comp. dans le 2 volume, les lettres de Daniel Bernoulli sur ce concours.

Euler.

LETTRE XCIV.

Goldbach à Euler.

Sommaire. Suite des recherches sur les séries. Remarques ultérieures sur le problème de la courbe catoptrique.

St. Petersburg d. 5. Mai 1746.

Den terminum generalem seriei

$$1 + 1.3 + 1.3.5 + 1.3.5.17 + \text{etc.}$$

hatte ich, als mein letztes Schreiben abging, nur in potestate, und dachte nicht, dass selbiger so leicht seyn sollte, indem ich dessen sonst gar keine Erwähnung gethan haben würde.

Ich weiss nicht, ob man methodum hat von dergleichen seriebus als diese ist

$$\frac{1.3.5}{2.4.8} - \frac{1.3.5.7}{2.4.6.10} + \frac{1.3.5.7.9}{2.4.6.8.12} - \frac{1.3.5.7.9.11}{2.4.6.8.10.14} + \text{etc.}$$
$$= 2^{-\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}} - 2,$$

cujus lex progressionis est $\frac{-A(2x+5)(x+3)}{2(x+2)(x+4)} = B$, die summas zu finden.

Die in meinem vorigen angeführte Idée einer Solution gehet noch weiter, wenn man vor q eine functionem quamcunque ipsius p annimmt, nur mit der Limitation dass $q > p$ und $q < a$ (denn ich sehe zum wenigsten nicht, dass ex natura problematis mehrere limitationes erfordert werden), und ferner $x^2 + y^2 = \frac{(a+p)^2}{4}$, $dx^2 + dy^2 = \frac{(aa-pp)dp}{4(qq-pp)}$, so wird die abscissa ad applicatam in curva quaesita seyn wie x zu y.

Goldbach.

P. S. d. 21. Mai 1746. Es ist mir gestern eingefallen, dass sich das problema catoptricum auch folgendermaassen solviren lässet: Sit (Fig. 24) AB axis curvae $= a$, punctum radians C. Sint CM et CN radii in curvam incidentes; MR et NR radii ad idem punctum axis R reflexi; capiatur in MN punctum O, ita ut sint $CM + MO = CN + NO = a$, et ponatur recta $CO = q$, $CM = \frac{a-p}{2}$, $MO = \frac{a+p}{2}$, $CN = \frac{a+\nu}{2}$, $NO = \frac{a-\nu}{2}$ (ubi ν jam datur per p et q; est enim $\nu = \frac{(2a+p)qq+aap}{aa+2ap+qq}$). Ponatur porro $RO = z$, $RS = uz$, invenietur spatium, quod inter radium incidentem et reflexum in axe intercipitur

$$CR = CS - RS = \sqrt{(qq - zz(1-uu))} - uz = CQ - RQ$$
$$= \frac{1}{2}\sqrt{((a+\nu)^2 - (a-\nu+2z)^2(1-uu))} - \frac{(a-\nu+2z)u}{2}$$
$$= CP + PR = \frac{1}{2}\sqrt{((a-p)^2 - (a+p-2z)^2(1-uu))} + \frac{(a+p-2z)u}{2}.$$

Sed cum ν jam supra data sit in p et q, per has aequationes pro CR inventas dari etiam poterunt u et z in p et q, qui valores deinde substituendi sunt in applicata

$$MP = \frac{(a+p-2z)}{2}\sqrt{(1-uu)}$$

et in abscissa

$$CP = \sqrt{\left(\left(\frac{a-p}{2}\right)^2 - MP^2\right)}.$$

Ob nun zwar die würkliche Determination der quantitatum u und z durch p und q etwas weitläufig seyn möchte, so ist doch hingegen zu consideriren, dass in dieser Solution keine differentialia vorkommen.