$4.12 = 10 = 9 + 1$. Die Ursach hievon ist, weil dergleichen Zahlen $8m + 3$ öfters auf mehr als eine Art können summae trium quadr. seyn, als in diesem Exempel ist $59 = 1 + 49 + 9 = 25 + 25 + 9$. In welchem Umstand ich nichts finde, welches mir die Gewissheit des Satzes $8m + 3 = 3\square$ verdächtig machen könnte.

Ich glaube, dass Orfyré noch am Leben ist, weil er vor einiger Zeit ein Schiff unter dem Wasser zu fahren erfunden haben wollte. Sein perpetuum mobile hatte er in Stücke zerschlagen, und nach der Zeit nicht wieder verfertigen wollen, welches die Erfindung nicht wenig verdächtig macht. Der von Ew. angeführte Umstand, dass diese Maschine, als sie ein wenig in Bewegung gesetzt worden, sich hierauf immer geschwinder bis auf einen gewissen Grad beweget, in welchem sie fortgelaufen, befindet sich in einer jeden Pendule. Denn wenn die Pendule aufgezogen und das pendulum still steht, so geht auch die Uhr nicht. Gibt man aber dem pendulo nur den geringsten Stoss, so kann das Gewicht wirken und die Bewegung kommt in ihren ordentlichen Gang. Statt des Gewichts möchte wohl in der Orfyreischen Maschine ein elastrum angebracht worden seyn: und dergleichen wäre wohl möglich, die ein ganzes Jahr lang fortgingen ohne von neuem aufgezogen zu werden. Auf diese Art sind alle erzählten Umstände dieser Maschine zu erklären, ausser demjenigen, welcher auch pflegt angeführt zu werden, dass Orfyré dem seel. Landgrafen das ganze Geheimniss entdecket, und dieser Herr die Maschine für ein wahres perpetuum mobile gehalten haben soll, welches nicht zu vermuthen wäre, wenn die Bewegung einen solchen Grund gehabt hätte. Ich weiss aber nicht, ob dieser letzte Umstand seine völlige Richtigkeit hat,

Euler.

LETTRE CVIII.

Goldbach à Euler.

Sommaire. Suite des recherches arithmétiques.

St. Petersburg d. 12. August 1747.

Für die mir communicirten unterschiedenen éclaircissements danke ich dienstlich; in meinem vorigen Schreiben aber soll es billig heissen: *dass in allen Fällen, da $2 + 8n$ eine summa duorum quadratorum unico modo ist*....und *in allen Fällen, da $2 + 8n - 8p$ eine summa duorum quadratorum unico modo ist etc.*

In nachfolgender serie 1, 3, 7, 17, 41, 99, etc., deren lex progressionis $A + 2B = C$ oder $B = A + \sqrt{(2AA \pm 2)}$ und die formula generalis $\frac{(1+\sqrt{2})^x + (1-\sqrt{2})^x}{2}$, siehet man alsofort, dass die termini locis paribus nicht quadrati seyn können, indem sie alle $\square \pm 1$ sind; ob aber alle termini locis imparibus, praeter primum, auch keine quadrata sind, muss ich dahingestellet seyn lassen, weil ich die Unmöglichkeit noch zur Zeit nicht einsehe, imgleichen, ob es unendlich viel casus gibt, darin $2A^4 - 1$ ein quadratum werden kann, wie in den casibus $A = 1$ und $A = 13$.

Goldbach.

LETTRE CIX.

Euler à Goldbach.

Sommaire. Propriété des séries recurrentes.

Berlin d. 2. September 1747.

Dass in den seriebus recurrentibus, wo ein jeder terminus aus den zwey vorhergehenden bestimmt wird, zugleich ein jeder terminus aus dem vorhergehenden allein angegeben werden könne vermittelst einer quadratischen Aequation, ist eine sehr merkwürdige Eigenschaft. Denn wenn in dieser serie $\overset{1}{A}, \overset{2}{B}, \overset{3}{C}, \ldots . \overset{x}{P}, \overset{x+1}{Q}, \overset{x+2}{R}$ ist $C = aB - bA$ und $R = aQ - bP$, so wird $QQ - aPQ + bPP$ ad b^x in ratione constante seyn, welche, wenn $x = 1$, ist wie $BB - aAB + bAA$ ad b; folglich ist $QQ - aPQ + bPP = (BB - aAB + bAA)b^{x-1}$. Und in der von Ew. angeführten serie $\overset{1}{1}, \overset{2}{3}, \overset{3}{7}, \overset{4}{17}, \overset{5}{41}, \overset{6}{99} \ldots . \overset{x}{P}, \overset{x+1}{Q}$, wo $a = 2$ und