LETTRE CXXVII.

=

Goldbach à Euler.

Sommaire. Réponse à la lettre précédente.

Moscau d. 16. Juni 1749.

Vor die Communication von Dero theorematibus in dem Briefe vom 12. April sage ich schuldigsten Dank, und dass an der mir übersandten Figur nichts auszusetzen gewesen, hatte ich schon in meinem vorigen Postscript, welches ohne Zweifel angekommen seyn wird, erkannt. Ich glaube es werde Ew. auch nicht viel Mühe kosten die curvam omnes verticales bisecantem zu beschreiben in casu, da die curva tricuspidalis, so zum Grunde gelegt wird, aus lauter arcubus circuli bestehet, und es scheinet, dass diese curva verticales bisecans seltsame proprietates haben wird.

Was die resolutionem cujusvis numeri in quatuor quadratos betrifft, so sehe ich gar wohl ein, dass alles, wie

Ew. angemerket, auf der Demonstration des andern Satzes beruhet: Si ab est $\boxed{4}$, et $a = \boxed{4}$, erit etiam $b = \boxed{4}$. Eine gleiche Bewandniss hat es mit der demonstratione hujus propositionis: Si summa quatuor quadratorum in numeris fractis sit = numero integro, erit idem numerus integer = quatuor quadratis integris. Allein die demonstrationem hujus propositionis: Si numerus aliquis est summa quatuor quadratorum imparium, idem numerus est summa quatuor quadratorum parium, oder datis quatuor quadratis imparibus $= 8m + 4$, dantur etiam quatuor quadrata numeri $2m + 1$, meine ich in potestate zu haben.

Wenn man aber ein Mittel finden könnte die summam quatuor quorumque quadratorum $AA + BB + CC + DD$ in die vier folgenden quadrata zu resolviren

$$aa + bb + \frac{(kk - bb)^2}{4} + dd,$$

wo doch auch quatuor quantitates indeterminatae sind, so hätte man zugleich erwiesen, dass eine jede Zahl $= \boxed{4}$, denn die letztern vier quadrata sind so beschaffen, dass ihre summa unitate aucta wieder eine summa quatuor quadratorum wird, oder diese quinque quadrata

$$4aa + 4bb + (ff + 2bf)^2 + 4dd + 4$$

sind allezeit = quatuor quadratis.

Ob Ew. das praemium bey der Frage von der Ursache der perturbationum in motibus planetarum erhalten haben, ist mir entweder nicht bekannt worden, oder ich habe es vergessen, und da ich schliesse, dass Sie auch um den Preis über die Frage von der Direction der courans etc. werden competiret haben, so wünsche ich, dass Dero pièce durch einen kleinen Zusatz von *vües*, künftiges Jahr victorieuse werden möge.

Goldbach.

P. S. Wenn das signum $\boxed{4}$ eine summam entweder von vier oder von weniger quadratis, und $\underset{|}{\boxed{4}}$ eine summam nicht von wenigern als 4 quadratis bedeutet, so kann gar leicht demonstriret werden omnem numerum hujus formae $8m+7$ esse $\underset{|}{\boxed{4}}$; wenn aber zugleich nachgegeben wird, dass alle numeri $\underset{|}{\boxed{4}}$ in dieser formula begriffen sind: $4^{e-1}(8m+7)$, ubi e sit numerus integer affirmativus quicunque, so kann demonstriret werden numerum quemcunque esse $\boxed{4}$.

LETTRE CXXVIII.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Nouveau travail sur la théorie de Saturne. Considérations ultérieures sur les nombres.

Berlin d. 26. Juli 1749.

Ueber die Pariser Frage von den courans habe ich nicht gearbeitet, und vernommen, dass nur eine einige Schrift darüber soll eingelaufen seyn. Ich zweifle auch sehr, ob ich künftiges Jahr etwas Tüchtiges darin hervorzubringen im Stande seyn werde. Auf die wiederholte Frage aber vom Saturno habe ich schon eine neue Abhandlung übersandt, worüber auch künftige Ostern das Urtheil gefället werden soll.

Ew. theorema, dass wenn $8m+4$ eine summa quatuor quadr. imparium ist, eben diese Zahl $8m+4$ auch eine summa quatuor quadr. parium seyn müsse, kann ich auf folgende Art demonstriren: