LETTRE CXLVI.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Réponse aux deux lettres précédentes. Formules de Maupertuis pour les lois du mouvement.

Sans date (juillet 1752?)

Ew. beyde mir sehr angenehme Schreiben vom 30. Mai und 3. Juni habe ich allhie d. 10. und 14. ejusd. wohl erhalten. Was die von Ew. angeführte series betrifft, deren progressiones ich durch gewisse formulas determiniret hatte, sehe ich mit Vergnügen, dass Sie selbigen auch die terminos generales bestimmt haben. Ich erinnere mich hiebey, dass ich schon ehemals mündlich gegen Ew. erwähnet, dass alle quantitates finitae, tam rationales quam quovis modo irrationales, durch die einige seriem $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ etc. exprimiret werden könnten, und die ganze Kunst nur darauf ankommen würde, wie die Abwechselungen der signorum $+$ et $-$ zu determiniren sind. Solchergestalt ist z. Ex.

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}+\text{etc.}=$$
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}-\frac{1}{14}+\frac{1}{16}+\frac{1}{18}+\text{etc.};$$
die signa $+$ und $-$ werden allhie so abgewechselt, dass in terminis, qui locis imparibus exstant, die signa alterniren, nehmlich
$$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{10}-\frac{1}{14}+\frac{1}{18}-\text{etc.}$$
in terminis vero, qui locis paribus exstant, eadem signa occurrunt, quibus dupla eorum affecta sunt; also hat der terminus $\frac{1}{8}$ das signum $+$, weil $\frac{1}{4}$ das signum $+$ hat; $\frac{1}{12}$ hat das signum $-$, weil $\frac{1}{6}$ das signum $-$ hat etc.

Was übrigens Ew. von den zwey seriebus, allwo
$$XX+bYY=(aa+b)^n,$$
imgleichen von
$$\Box+\Box+\Box=f\Box+g\Box+h\Box$$
melden, zeiget alles von der grossen Fertigkeit, welche Sie, für unzähligen Andern, erlanget haben, dergleichen calculos einzusehen und unendlich generaler zu machen.

Ich habe vorher nicht gewusst, auch vielleicht niemals daran gedacht, ob es möglich sey, den quadrantem ellipsis in aliquot partes aequales zu theilen. Aus demjenigen aber, was Ew. in Dero Schreiben anführen, lässt sich leicht schliessen 1. dass es zwar möglich, diesen quadrantem in zwey gleiche Theile zu theilen, wenn $PM=0$ genommen wird, aber 2. schlechterdings unmöglich sey, den quadrantem in mehrere partes aliquotas zu theilen, ohne zugleich eine partem assignabilem hujus quadrantis zu rectificiren. Denn es sey nach Ew. Figur (Fig. 41) $AN=BE$ eine pars aliquota quaecunque totius quadrantis, so wird der arcus
$$EM=BM-BE=\text{rectae } PM.$$

Von den integralibus aequationis $\frac{dx}{\sqrt{(1-x^n)}} = \frac{dy}{\sqrt{(1-y^n)}}$ möchte ich wissen, ob Ew. nur allein die casus $n=2$, $n=3$, $n=4$ entdecket, oder ob Sie deren noch mehr in potestate haben? Sonst ist mir zwar die integralis von $\frac{x^{-1}dx}{\sqrt{(1-x^n)}} = \frac{my^{-1}dy}{\sqrt{(1-y^p)}}$ bekannt, ich mag aber dieselbe nicht hersetzen, weil ich besorge, sie möchte Ew. gar zu einfältig vorkommen. Hingegen gestehe ich gern, dass ich auch selbige jetzo nicht hätte finden können, wenn ich sie nicht schon längst in einem Buche annotirt hätte.

Zu dem abermal erhaltenen Preise aus Paris gratulire ich von Herzen. Die erste Nachricht davon bekam ich aus der französischen Zeitung, allein das eigentliche quantum des praemii war mir entfallen. Dafern Ew. ein Exemplar von der pièce an Hn. Prof. Grischow schicken möchten, werde mir selbiges auf einige Tage ausbitten.

Was endlich die über eine gewisse expression des P. Bouhours entstandene difficulté betrifft, habe ich grosse Ursach Ew. zu danken, dass Sie darüber die éclaircissemens von vier so berühmten Männern mir communiciren wollen, bedaure aber auch zugleich, dass Ihnen dadurch mehrere Mühe, als ich gedacht hatte, verursachet worden. Indessen halte ich gänzlich dafür, dass wenn die difficulté von denen Quarante selbst hätte decidiret werden sollen, die sentimens nicht weniger partagiret gewesen seyn würden, so dass man bey dieser Gelegenheit eben das sagen könnte, was der P. Bouhours in der Suite des remarques nouvelles gesaget hat: „J'ai consulté sur cette question de fort habiles gens, et j'ai été surpris de voir que leurs sentimens ne s'accordent point,“ worin er aber wiederum, nach der Meynung desselben Critici, einen Fehler begangen, indem er hätte sagen sollen: „ne s'accordoient point“. Und auf diese Weise sollte es fast das Ansehen gewinnen, dass die Quarante, welche in ihrer Observation über die Remarque 201 de Vaugelas gesagt haben: „On a décidé d'une voix qu'il faut dire“... vielmehr hätten sagen sollen: „qu'il falloit dire etc.“

Von M. Achard, welchen unter den vier Gelehrten, deren Ew. Erwähnung gethan haben, nur allein persönlich kenne, bin ich ein alter admirateur. Ich habe denselben schon vor 27 Jahren mit ungemeinem Vergnügen gehöret, und erinnere mich noch eigentlich zweyer Predigten, deren eine von der médisance, die andere von der dritten Bitte im Vater-unser handelte.

Wenn Ew. mir die zwey oder drey kurze formulas, wodurch die leges motus von dem Herrn de Maupertuis exprimiret werden, und wie selbige von den formulis Leibnitianis unterschieden sind, communiciren oder auch nur melden wollten, ob sie den erstern gänzlich beypflichten, würden Sie mich obligiren; ich weiss wohl, dass diese formulae in einem gewissen tomo der Miscellaneorum befindlich sind, woselbst ich sie auch im Durchblättern gesehen; ich erinnere mich aber nicht mehr, von wem ich damals denselben tomum bekommen hatte.

Goldbach.