LETTRE CL.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Mêmes sujets.

St. Petersburg d. 18. Novbr. 1752.

Durch was für compendia Ew. die differentiam serierum

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}+\frac{1}{19}+\text{etc. et }\frac{1}{5}+\frac{1}{13}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\text{etc.}$$

erhalten haben, ist mir zwar nicht bekannt. Sollten Sie aber die Methode schon herausgegeben haben, so bitte mir den Ort, wo selbige zu finden ist, anzuzeigen.

Dass der numerus numerorum primorum omnium hujus formae $aa+1$ infinite magnus sey, halte ich für gewiss, ohngeachtet ich es nicht alsofort demonstriren kann, und finde ich die rationem dubitandi, dass die Anzahl numerorum primorum hujus formae $aa+1$ unendliche Mal kleiner ist, als die Anzahl numerorum primorum omnium, gar nicht erheblich, indem kein numerus infinitus so klein genommen werden kann, dass er nicht infinities major alio infinito sey.

Mersennus hat um so viel weniger gesagt, dass nur zehn numeri perfecti möglich sind, weil er deren eilf selbst angiebt, darunter aber der octavus von Ew. nicht begriffen ist; er sagt auch nicht, dass die Anzahl der numerorum perfectorum endlich sey, wohl aber, dass kein so grosses intervallum numerorum anzugeben möglich sey, welches nicht *absque* numeris perfectis seyn könne, wie solches Ew. aus der von dem Hrn. Winsheim allegirten praefatione gener. ad Mersenni cogitata physico-mathematica § 19, wenn der tom. II Commentariorum noch nicht angekommen ist, allenfalls selbst werden ersehen können.

Was des Leuneschlos paradoxa mathematica betrifft, so sind selbige zu Heidelberg A. 1658, 8°. gedruckt, ich habe aber dieses Buch selbst niemals gehabt, sondern ich hatte das Exemplar, welches ich A. 1716 gelesen, von der altstädtischen Bibliothec in Königsberg genommen, welches derselben auch noch vor meiner letzten Abreise A. 1718 restituiret worden, dahero es unmöglich ist, dass Ew. selbiges Buch in Petersburg bey mir gesehen haben sollten; hingegen erinnere ich mich, jedoch nicht mit völliger Gewissheit, dass Sie mir vor einigen Jahren aus Berlin geschrieben, Sie hätten sich selbiges nebst des Bungi Buch aus der Königl. Bibliothec geben lassen*). Von diesem Leuneschlos ist mir weiter nichts bekannt, als dass ich irgendwo gelesen, er habe in Heidelberg als Professor gestanden; er wird auch von einigen, ni fallor, Luneschlos genennt, und wäre also dessen Name auf beyde Art in den Lexicis zu suchen. Es scheinet, dass er sein paradoxum de numeris perfectis in dem Mersenno gefunden und nachgehends, da er

*) V. les lettres 34ème et suiv. page 104 et suiv.

es memoriter hingeschrieben, von dem wahren Sinn des Mersenni abgegangen ist.

Dass keine formula algebraica lauter numeros primos geben könne, hatte ich schon in einem meiner vorigen Briefe angemerket; denn es sey z. Ex. die formula

$$x^3+bxx+cx+e,$$

so ist offenbar, dass so oft x ein multiplus des termini absoluti e ist, so oft auch (und folglich infinitis modis) die formula einen numerum non primum geben wird, sollte aber $e=1$ seyn, so setze ich nur $x+p$ anstatt x, alsdann wird die formula transmutiret in

$$\begin{aligned}x^3+3pxx&+3ppx+p^3\\ +\ bxx&+2bpx+bpp\\ &+\ cx+cp\\ &\qquad\quad+1\end{aligned}$$

und so oft x ein multiplus numeri $p^3+bpp+cp+1$ ist, so oft gibt die formula einen numerum non primum. Da nun dieser casus, wo die potestas maxima ipsius $x=3$ ist, auf alle andere *lusus naturae*, quaecunque fuerit potestas ipsius x, appliciret werden kann, so ist es unmöglich eine seriem algebraicam anzugeben, in welcher nicht infiniti termini aus numeris non primis bestehen sollten.

Noch habe ein kleines ganz neues theorema beyzufügen, welches so lange vor wahr halte, donec probetur contrarium: Omnis numerus impar est $=$ duplo quadrati $+$ numero primo, sive $2n-1=2aa+p$, ubi a denotet numerum integrum vel 0, p numerum primum, ex. gr. $17=2.0^2+17$, $21=2.1^2+19$, $27=2.2^2+19$, etc.

Goldbach.

— 595 —

LETTRE CLI.

Euler à Goldbach.

Sommaire. Suite des recherches numériques et autres relatives à la résolution des équations algébriques.

Berlin d. 16. December 1752.

Ich bin weit davon entfernt, dass ich die wahre Summ dieser seriei

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{11}-\frac{1}{13}-\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{23}-\frac{1}{29}\text{ etc.}$$

sollte anzeigen können. Ich habe diese Summ nur per approximationem gesucht, von deren Beschaffenheit ich mich nicht mehr erinnern kann. Meine Absicht war dabey nur, zu erforschen, ob etwan diese Summ simpel seyn möchte, weil ich schon vorher gemerket hatte, dass dieselbe beynahe $\frac{1}{3}$ ist.

Ew. theorema, quod omnis numerus impar $2n-1$ sit aggregatum ex quadrato duplicato $2aa$ et numero primo p,