In meinen Papieren habe ich noch ein ander theorema, so Ew. mir vormals communicirt, gefunden. Nehmlich dass ein jeder numerus impariter par $4a+2$ allzeit gleich sey einer Summ von zwey numeris primis formae $4n+1$, als $6=1+5$, $10=5+5$, $14=1+13$, $18=1+17=5+13$, $22=5+17$, $26=13+13$, $30=1+29=13+17$, $34=5+29=17+17$, wobey ich bemerke, dass nicht nur bey kleinen Zahlen keine Ausnahme vorkommt, sondern bey grössern um so viel weniger eine zu vermuthen. Denn die Zahlen, bey welchen eine solche Zergliederung nur einmal angehet, sind 2, 6, 10, 14, 22, 26, 38, 50, 62, 86 und von hier bis 150 gibt es keine mehr, auch nicht bis 230, daher auch unter den folgenden um so viel weniger zu vermuthen, indem die Anzahl der Resolutionen immer zunimmt, als 210 lässt sich auf 9 Arten resolviren.

Euler.

LETTRE CLII.

=

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Réponse à la précédente.

Moscau d. 12. März 1753.

Dass sich das theorema: omnem numerum imparem resolvi posse in duplum quadrati et numerum primum, bis auf die Zahl 1000 wahr befunden, auch in grössern Zahlen sich annoch keine Ausnahme geäussert, ist mir sehr lieb; jedoch muss es bishero für eine blosse conjecture passiren und hat man Ursach zu zweifeln, ob die Demonstration davon, wenn sie ja possibilis wäre, jemals gefunden werden wird.

Weil Ew. melden, dass Sie, ob a numero impari *non primo* allezeit eine potestas binarii abgezogen werden könne, so dass ein numerus primus überbleibe? hatten versuchen wollen, so schliesse ich aus der Restriction *non primo*, dass Sie es von den numeris primis falsch befunden, und möchte wohl wissen, bey welchem numero primo solches zu ersehen, denn ich habe schon vor einigen Jahren dergleichen Einfall von den numeris primis gehabt, selbigen aber nicht weiter, als bis 89 continuirt.

Dass alle numeri primi hujus formae $8n+1$ gleich seyn sollen $2\square+\square$, hatte ich vorher nicht beobachtet, bey näherer Betrachtung aber habe gefunden, si $4n+1$ est numerus primus, esse eum $=d\square+\square$, denotante d quemcunque divisorem numeri n, wodurch hoffentlich die pomoeria der theorematum de numeris primis in numeros quadratos resolvendis in etwas werden erweitert werden.

Dass Ew. sowohl des Bungi Tractat, als des Leuneschlos paradoxa sich schon A. 1741 in Berlin aus der bibliothèque geben lassen und gelesen haben, ist ganz gewiss, indem Sie mir solches selbst d. 9. Sept. ejus anni umständlich gemeldet.

Dero meditationes, um die radicem quintae potestatis zu finden, scheinen mir so gründlich und zulänglich, dass wenn selbige auf diese Weise nicht zu erhalten ist, ich sehr zweifle ob jemand in dieser découverte réussiren wird. Es kommt alles, wie Ew. bemerken, darauf an, ob sich die quantitas s per aequationem quartae potestatis determiniren lässet, zu welcher Untersuchung aber meines Erachtens eine ferrea patientia erfordert wird.

Ich erinnere mich zwar wohl, dass man noch keinen numerum parem angegeben, welcher nicht eine summa duorum primorum wäre, dass aber ein jeder numerus pariter impar ein aggregatum duorum primorum hujus formae $4n+1$ ist, war mir entfallen, und dass zwischen 86 und 230 keine casus unici vorkommen, halte ich allerdings für merkwürdig, da bis 86 sich deren schon zehn befinden. Hingegen kommen in dem theoremate $2n-1=2aa+p$ viele

casus unici vor, wovon einige numeri primi selbst nicht ausgeschlossen sind, also ist 17 unico modo $=2aa+p$, wenn $a=0$, imgleichen 127, wenn $a=0$, und es scheinet fast, als wenn der numerus p, so zu einem casu unico gehöret, in keinem andern casu unico wieder vorkommt, ex. gr. $57=2.5^2+7$ ist ein casus unicus, weil in der formula $2aa+p$ vor p keine andere Zahl als 7 angenommen werden kann. Ob es aber ausser diesem noch andere casus unicos gibt, wo $2n-1=2aa+7$, lasse ich dahin gestellt seyn und möchte auch wohl keine weitere Untersuchung verdienen.

Ich habe in meinen annotatis gefunden, dass ich schon vor etwa 30 Jahren observiret, wie

$$An^2-Bn^4+Cn^6-Dn^8+\text{etc.}=n^{\sqrt{2}}$$

seyn könne, allwo A, B, C, etc. per series numerorum rationalium, quarum singularum summa plus quam finita est, exprimiret werden. Ich bin aber ungewiss, ob ich solches nicht etwa schon zu anderer Zeit Ew. gemeldet, oder ob es nicht gar in den Commentariis gedruckt worden.

Ich habe zwar zum öftern das Vergnügen gehabt aus den französischen Zeitungen zu ersehen, dass Ew. den Preis von der Parisischen Acad. des sc. erhalten; da ich aber nicht eigentlich weiss, wie viel Mal solches geschehen, so möchte gern davon benachrichtigt seyn.

Goldbach.