LETTRE CLXI.

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Critique du théorème précédent.

Berlin d. 3. Januar 1756.

Ich habe nun schon eine geraume Zeit so viel andere Geschäfte gehabt, dass ich an numerische theoremata, dergleichen ich Ew. das letzte Mal vorzulegen die Ehre gehabt, nicht habe denken können. Die partes matheseos applicatae nehmen mir die meiste Zeit weg, wo es immer mehr zu untersuchen gibt, je mehr man damit umgeht. Weil nun mein Kopf mit so viel andern Sachen angefüllt ist, so mag das wohl die Ursach seyn, dass ich mich in das von Ew. communicirte und nach der Hand verbesserte theorema nicht finden kann. Vielleicht haben Ew. vergessen noch eine wesentliche Condition hinzuzusetzen.

Das theorema war: Si sit $aa+bb=P^2+eQ^2$ erit etiam

$$aa+((2e+1)b-eP-eQ)^2=M^2+eN^2.$$

Weil ich den Grund desselben nicht einsehen konnte, so habe ich die Richtigkeit desselben durch Exempel erforschen wollen.

I. Da $1^2+4^2=17=3^2+2.2^2$, so ist $a=1$, $b=4$, $P=3$, $Q=2$ und $e=2$, also müsste seyn

$$1^2+(5.4-2.3-2.2)^2=1^2+10^2=101=M^2+2N^2,$$

welches unmöglich ist.

II. Da $9^2+4^2=97=7^2+3.4^2$, so ist $a=9$, $b=4$, $P=7$, $Q=4$ und $e=3$, also müsste seyn

$$9^2+(7.4-3.7-3.4)^2=9^2+5^2=106=M^2+3N^2,$$

welches ebenfalls unmöglich ist.

Da ich nun nicht einmal ein Exempel finden kann, welches einträfe, so schliesse ich daraus, dass eine gewisse Bedingung in den Zahlen a, b, P und Q müsse weggelassen seyn, welche ich aber nicht ausfindig machen kann.

Euler.