

LETTRE CLXIII.

=

EULER à GOLDBACH.

SOMMAIRE. Question relative au roulis et au tangage. Remarques sur le théorème précédent.

Berlin d. 10. Februar 1756.

— — Noch hat unser Joh. Albert keinen Preis bey der Pariser Akademie erhalten. Der Name desjenigen, so im vorigen Jahre den Preis erhalten, wurde nicht sogleich bekannt gemacht; man wusste nur, dass es ein junger Mensch war, welches vielleicht zu der Ew. hinterbrachten Nachricht Anlass gegeben haben mag. Es ist mir aber seitdem die Preisschrift selbst zugeschickt worden, deren Verfasser M. Chauchot, sous-constructeur de vaisseaux, genannt wird, welcher aber bald darauf gestorben seyn soll. Die Frage war: Diminuer le plus qu'il est possible les mouvemens de

roulis et de tangage d'un navire etc. Da aber die obgemeldte Schrift kein völliges Genüge geleistet, so ist eben diese Frage nochmals aufs künftige Jahr vorgelegt worden, worüber wir jetzt wirklich arbeiten. Von meiner Dankagung an des Hrn. Comte d'Argenson Excellenz habe ich so wenig, als von allen meinen Briefen eine Abschrift behalten. Sie war schlecht gerathen, und also nicht wohl möglich viel darin zu verbessern. Mir hat sie am wenigsten gefallen, und deswegen wollt' ich kein Andenken davon aufbehalten.

Ew. theorema, dass, wenn $aa + bb = PP + eQQ$, auch $aa + (b + 2em(mb - mP - Q))^2 = MM + eNN$ sey, hat seine völlige Richtigkeit und ist deswegen sehr merkwürdig, dass dadurch dieses problema solviret werden kann:

Datis duobus quadratis aa et bb , quorum summa sit numerus formae $P^2 + eQ^2$, invenire infinita alia quadrata loco bb substituenda, quae priori aa addita summam exhibeant, quae pariter sit numerus formae $P^2 + eQ^2$.

Hier wird also das erstere quadratum aa beybehalten und anstatt des andern bb unendlich viel andere Werthe angegeben, dass die Summ allzeit in dieser Form $P^2 + eQ^2$ enthalten sey. Man könnte also das problema noch generaler also proponiren:

Proposita summa duorum quadratorum $aa + bb$, quae sit numerus formae $P^2 + eQ^2$, invenire infinitas alias binorum quadratorum summas $xx + yy$, quae in eadem forma contineantur;

wovon ich folgende Solution gefunden: Cum sit

$$aa + bb = P^2 + eQ^2$$

tribuantur numeris x et y sequentes valores

$$x = a(tt + evv + rr - ss) + 2r(bs - Pt - eQv)$$

$$y = b(tt + evv - rr + ss) + 2s(ar - Pt - eQv)$$

ubi quidem pro litteris r, s, t, v numeros quoscunque accipere licet. Tum autem utique erit $xx + yy = M^2 + eN^2$; fiet enim

$$M = P(rr + ss + tt - evv) + 2t(eQv - ar - bs)$$

et

$$N = Q(rr + ss - tt + evv) + 2v(Pt - ar - bs).$$

Solchergestalt werden nicht nur unendlich viele, sondern sogar alle mögliche Werthe für x und y gefunden.

In diesem problemate wird vorausgesetzt, dass schon ein casus, da $aa + bb = P^2 + eQ^2$ bekannt sey, um daraus alle übrige zu finden; allein dieses ist auch nicht einmal nöthig, sondern proposito numero e quocunque, können unmittelbar alle mögliche summae binorum quadratorum angegeben werden, welche zugleich in der Form $P^2 + eQ^2$ enthalten sind. Man nehme nemlich sogleich $a = exx - yy + zz$ und $b = 2yz$, so wird $aa + bb = (exx - yy - zz)^2 + e(2xz)^2$. Weil nun x, y und z nach Belieben angenommen werden können, so erstreckt sich diese Solution auf alle mögliche Fälle und scheinet also vor der vorhergehenden keinen geringen Vorzug zu haben.

Euler.



LETTRE CLXIV.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Même sujet.

St. Petersburg d. 25. März 1756.

Die von Ew. angeführte aequatio

$$aa + bb = (exx - yy - zz)^2 + e(2xz)^2$$

ist aus unserer vorigen correspondance schon bekannt, welcher Umstand Deroselben vielleicht entfallen war. Sonst habe ich auch noch einen andern hierher gehörigen *lusum naturae* bemerkt, nemlich wenn $1 + 4efg = PP + eQQ$, erit etiam $1 + 4e(fg + effyyxx) = (P - 2efyx)^2 + e(Q - x)^2$ posita $x = \frac{4fPy + 2Q}{4efyy + 1}$; so oft nun $e(g + effyyxx)$ ein numerus quadratus ist (posito valore dicto ipsius x), so oft kann $PP + eQQ$ in diese Form verwandelt werden $MM + fNN$, existentibus M et N rationalibus, denn es wird seyn

$$M = (P - 2efyx) \text{ und } N = Q - x.$$

Goldbach.