Wer sollte nun daraus nicht schliessen, dass wenn eine summa duorum quadratorum durch eine andere summam duorum quadratorum getheilt werden kann, der Quotient nicht auch eine summa duorum quadratorum seyn müsse?

Die Sache ist zwar wahr; allein der erwähnte Schluss ist unrichtig, denn wenn derselbe richtig wäre, müsste auch dieser richtig seyn: Productum ex duobus numeris paribus semper est par: ergo si numerus par per alium sit divisibilis, quotus quoque erit par; welches doch offenbar falsch wäre.

Euler.

LETTRE CLXVI.

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Même sujet.

St. Petersburg d. 18. Mai 1756.

Was die Aequation

$$1+efg=PP+eQQ=MM+fNN=\text{etc.}$$

betrifft, bin ich mit Ew. einerley Meinung, indem die Natur der Zahlen P, Q, M etc., nehmlich ob es numeri integri, oder fracti, oder surdi seyn sollen, nicht bestimmet wird, ohngeachtet die numeri integri e, f und g permutabiles sind. Dass aber die grosse Zahl $72000y^4+19200y^3+1280yy+2$ kein Quadrat seyn kann, folget alsofort, wenn man dieselbe als ein exemplum regulae von $4n+2=\square$ betrachtet.

Indessen bekenne ich, dass ich noch nicht recht einsehe, warum Ew. zur Wahrheit dieser Aequation

$$1+4ef=PP+eQQ$$

erfordern, dass $1+4ef$ ein numerus primus sey, wenn P et Q rationales seyn sollen, da allein in dem casu, ubi $f=e+kk-1$ unzählige Exempel vorhanden sind, dass auch numeri non primi diese Eigenschaft haben können, als posita $e=k=3$, fit $1+4.3.11=5^2+3.6^2$.

Nachfolgendes theorema halte ich pro demonstrabili: Sit $p=aa+bb$ et sit $1+mQQ$ summa duorum quadratorum, erit etiam $p=aa+bb=PP+(xx-mp)QQ$, ita ut, si reliqui numeri sint rationales, fiat etiam x rationalis.

Goldbach.

LETTRE CLXVII.

Euler à Goldbach.

Sommaire. Même sujet.

Berlin d. 11. Juni 1756.

Dass diese grosse Zahl $72000y^4+19200y^3+1280y^2+2$ kein Quadrat seyn könne, folget nur alsdann aus der Formul $4n+2=\square$, wenn y ein numerus integer ist. So viel ich mich aber erinnere, begriff y auch numeros fractos, und da wird allerdings eine besondere Demonstration erfordert. Man darf nur diese Formul $8xx+2$ betrachten, welche, wenn x auch ein Bruch seyn kann, infinitis modis ein Quadrat seyn kann, als $x=\frac{1}{2}$, $x=\frac{7}{2}$, etc. Dass nun ein Gleiches bey der obigen Formul nicht Statt finde, muss besonders bewiesen werden.

Dass ich zur Wahrheit dieser Aequation $1+4ef=PP+eQQ$ erfordere, dass $1+4ef$ ein numerus primus