Exemplum. Sint numeri propositi 10, 9, 7, 4, 2 erit

$$\frac{10^n}{1.3.6.8} - \frac{9^n}{1.2.5.7} + \frac{7^n}{3.2.3.5} - \frac{4^n}{6.5.3.2} + \frac{2^n}{8.7.5.2} = 0$$

si $n < 4$, at si $n = 4$, summa est $= 1$. Sit $n = 0$, erit

$$\frac{1}{144} - \frac{1}{70} + \frac{1}{90} - \frac{1}{180} + \frac{1}{560} = 0$$

est manifestum. In genere, fractionibus ad communem denominatorem reductis fit

$$35.10^n - 72.9^n + 56.7^n - 28.4^n + 9.2^n = 0,$$

dummodo $n < 4$.

Dieses theorema scheint nicht wenig merkwürdig zu seyn; es däucht mich aber, Ew. haben mir schon längst dergleichen etwas mitzutheilen geruhet.

Euler.

LETTRE CLXXI.

=

GOLDBACH à EULER.

SOMMAIRE. Billet de remercîment. Encore une observation sur le théorème des lettres précédentes relatif à la décomposition des nombres en quarrés.

St. Petersburg d. 19. October 1762.

Ew. beyde letztere Briefe sind mir d. 15. Juli und 11 October allhier richtig abgegeben worden. Für das mir communicirte schöne theorema sage ich schuldigsten Dank, befinde mich aber jetzo gänzlich ausser Stande selbiges pro dignitate zu betrachten*).

Ich habe unlängst einige tomos vom Hamburger Magazin

*) Les infirmités de l'âge de l'auteur se manifestent aussi dans l'écriture de cette lettre qui, quoique belle encore, est cependant incertaine et tremblante. Le lecteur voudra bien remarquer qu'il y a un espace de six ans entre la date de cette lettre et celle de la lettre précédente.

durchblättert und darin die grossen éloges welche Ew. an unterschiedenen Orten so billig beygelegt werden, mit ungemeinem Vergnügen beobachtet. Dero Hrn. Sohne gratulire ich von ganzem Herzen zur abermaligen Petersburgischen pièce victorieuse.

Goldbach.

P. S. Ich habe observiret, dass der Aequation

$$aa + bb = PP + eQQ$$

allezeit ein Gnügen geschiehet positis

$$P = \frac{bb - aa}{b},\ e = 3bb - aa,\ Q = \frac{\pm a}{b},$$

woraus unzählige dergleichen valores pro summa $aa + bb$ formiret werden können.

LETTRE CLXXII.

Euler à Goldbach.

Sommaire. Décomposition des nombres en carés; suite. Autre théorème de nombres.

Berlin d. 9. November 1762.

Die Frage, welche Ew. zu berühren belieben, was für Zahlen in einer jeden von diesen Formuln $aa + bb$ und $pp + eqq$ zugleich enthalten sind? ist in der Lehre von den Zahlen nicht nur von der grössten Wichtigkeit, sondern fasset auch solche besondere Schwierigkeiten in sich, welche dieselbe höchst merkwürdig machen, insonderheit wenn mehr als zwey Formuln vorgeschrieben werden. Wenn nur zwo gegeben sind, und man sucht alle Zahlen N, so zugleich in diesen beyden Formuln $aa + mbb$ und $cc + ndd$ enthalten sind, wo m und n gegebene Zahlen sind, so finde ich $N = (mpp + nqq + rr + mnss)^2 - 4mn(pq - rs)^2$, denn daraus wird